Vol. A59 (1981) *ACTA PHYSICA POLONICA* No 3

КРИТИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ СЛАБОНЕУПОРЯДОЧЕННОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ С ДАЛЬНОДЕЙСТВУЮЩИМИ ОБМЕННЫМИ СИЛАМИ

CRITICAL INDICES OF A WEAKLY DISORDERED MAGNETIC SYSTEM WITH LONG-RANGE EXCHANGE FORCES

Нгуен Мань Дык*

Ханойский политехнический институт

Май Суан Ли**

Вьетбакский технический институт

(Поступила в редакцию 2-го авреля 1980 г.)

The critical indices of the magnetic system with long-range exchange forces and small concentration of impurities are calculated by the renormalization group technique. In contrast with other authors' results, it is shown that the values of these indices are continuous in a system with short-range spin interaction.

PACS numbers: 75.40.+t, 05.70.Jk

Вблизи точки фазового перехода, становится существенным костественное взаимодействие критических флуктуаций через примеси, благодаря которому сильно меняется поведение термодинамических величин по сравнению с беспримесным случаем. В [1—3] были получены критические индексы системы с короткодействующими обменными силами, содержащей хаотически расположенные закреплённые примеси, причём концентрация примесей значительно ниже порога протекания. Рассматривая упорядоченную систему, авторы [4, 5] показали, что дальнодействующий характер взаимодействия, т.е. взаимодействие, убывающее с расстоянием по закону $r^{-(d+\sigma)}$ (d — размерность системы, $0 < \sigma < 2$), сильно влияет на значения критических индексов. Поэтому, представляет интерес вычисление этих индексов

* Address: 10 Nguyen Che Nghia, Ha noi, Vietnam.
** Address: 77 Mai Hac De, Ha noi, Vietnam.

для слабонеупорядоченной системы с взаимодействием дальнего порядка, что и делается в настоящей работе.

Гамильтониан неупорядоченного ферромагнетика в импульсном пространстве выбирается в следующем виде [2]:

$$\mathscr{H} = \tfrac{1}{2}\int\int_{q_1,q_2} v_2(q_1, q_2)S(q_1)S(q_2)$$
$$+\int\ldots\int_{q_1,\ldots,q_4} v_4(q_1, \ldots, q_4)S(q_1)S(q_2)S(q_3)S(q_4), \tag{1}$$

где $\int_q$ означает интегрирование внутри единичной сферы, $S(q)$ — n-компонентный спин, $v_2(q_1, q_2)$, $v_4(q_1, \ldots, q_4)$ — случайные параметры, описывающие беспорядок системы. Здесь мы положили импульс обрезания равным единице, поскольку конечные результаты не должны зависеть от его выбора. Предполагается, что параметры $\{v_l\}$ $(l = 2,4)$ подчинены некоторым распределениям $\mathscr{P}\{v_l\}$. С использованием изложенного в [2] метода, задача сводится к исследованию ренормгруппы в пространстве параметров $\mu(\Delta, u, r)$ [6] (наши обозначения такие же, как в [2]). В отличие от случая короткодействующего взаимодействия, необходимо подчеркнуть следующие обстоятельства. В первых, усреднённый по случайным распределениям параметр $\langle v_2\rangle$ надо выбрать в виде:

$$\langle v_2(q_1, q_2)\rangle = (r+q_1^\sigma)\delta(q_1+q_2). \tag{2}$$

Во вторых, чтобы коэффициент перед q^σ остался равным единице после каждого шага ренормировки, коэффициенты масштабного преобразования $b(\vec{q} \to bq, b > 1)$ и преобразования изменения нормировки полей ξ $(S(q) \to bS(q))$ должны быть связаны следующим соотношением:

$$\zeta = b^{d/2+\sigma/2-\bar{\eta}/2}, \tag{3}$$

$\bar{\eta}$ выражена через обычный индекс Фишера η простой формулой

$$\eta = 2-\sigma+\bar{\eta}. \tag{4}$$

С точностью до членов второго порядка по ε $(\varepsilon = 2\sigma-d)$, получены следующие рекурсивные соотношения для r, u, Δ:

$$r' = b^{\sigma-\bar{\eta}}\{r+[4(n+2)u-\Delta]A(r, \sigma)-[32(n+2)u^2-8(n+2)u\Delta+\Delta^2]B(r, \sigma)\}, \tag{5}$$

$$u' = b^{\varepsilon-2\bar{\eta}}\{u-[4(n+8)u^2-6u\Delta]C(r, \sigma)$$
$$+[16(n^2+6n+20)u^3-12(n+8)u^2\Delta+9u\Delta^2]C^2(r, \sigma)$$
$$+2[32(5n+22)u^3-48(n+5)u^2\Delta+21u\Delta^2]D(r, \sigma)\}, \tag{6}$$

$$\Delta' = b^{\varepsilon-2\bar{\eta}}\{\Delta-[8(n+2)u\Delta-4\Delta^2]C(r, \sigma)$$
$$+[5\Delta^3-24(n+2)u\Delta^2+48(n+2)^2u^2\Delta]C^2(r, \sigma)$$
$$+[11\Delta^3-48(n+2)u\Delta^2+96(n+2)u^2\Delta]D(r, \sigma)\}, \tag{6'}$$

где

$$A(r,\sigma) = \int_{q}^{>} (q^{\sigma}+r)^{-1}, \tag{7}$$

$$B(r,\sigma) = \int^{>} \int_{q_1,q_2}^{>} (q_1^{\sigma}+r)^{-1}(|q_1+q_2|^{\sigma}+r)^{-1}(q_2^{\sigma}+r)^{-1}, \tag{8}$$

$$C(r,\sigma) = \int_{q}^{>} (q^{\sigma}+r)^{-2}, \tag{9}$$

$$D(r,\sigma) = \int^{>} \int_{q_1,q_2}^{>} (q_1^{\sigma}+r)^{-2}(|q_1+q_2|^{\sigma}+r)^{-1}(q_2^{\sigma}+r)^{-1}, \tag{10}$$

$\int_{q}^{>} = \int_{b^{-1}}^{1} d^dq/(2\pi)^d$ и означает, что интегрирование ограничено областями $b^{-1} < |q_1|$, $|q_2|$, $|q_1+q_2| < 1$. Выражение для $\bar{\eta}$ будет приведено позже. Отметим, что в (5), (6) не учтены вклады перенормированных массовых диаграмм [7]. Поскольку во втором порядке теории возмущений можно рассмотреть (5) и (6) независимо [7], достаточно положить $r = 0$ в (9), (10). Вычисления дают

$$C(0,\sigma) = K_d \ln b\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\ln b\right)+o(\varepsilon^2), \tag{11}$$

$$K_d^{-1} = 2^{d-1}\pi^{d/2}\Gamma(d/2), \tag{12}$$

где $\Gamma(d/2)$ — гамма-функция. В найнизшем приближении по ε, коэффициент $D(0,\sigma)$ выглядит так:

$$D(0,\sigma) = \tfrac{1}{2}K_{2\sigma}^2 \ln b[f(\sigma)+\ln b], \tag{13}$$

$$f(\sigma) = \frac{2}{\sigma}\,{}_3F_2\left(\frac{\sigma}{2},\,1-\frac{\sigma}{2},\,\frac{\sigma}{2};\,\sigma,1+\frac{\sigma}{2};\,1\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{\sigma}{2}\right)_n\left(1-\frac{\sigma}{2}\right)_n}{n!n(\sigma)n}, \tag{14}$$

${}_3F_2$ — обобщенная гипергеометрическая функция, $\left(\frac{\sigma}{2}\right)_n\left(1-\frac{\sigma}{2}\right)_n(\sigma)_n^{-1}$ — коэффициенты разложения гипергеометрической функции $F\left(\frac{\sigma}{2},1-\frac{\sigma}{2},\sigma;x\right)$ в ряд Тейлора [8]. Вывод формулы (13) помещён в Приложении 1. Заметим, что в случае взаимодействия ближнего порядка ($\sigma = 2$), только член с $n = 0$ в (14) отличен от нуля и $f(2) = 1$.

Добавка $\bar{\eta}$ определяется коэффициентом перед $k^{\sigma}\ln k$ в выражении перенормированной собственно-энергетической части $W(k)$ [9] в области малых импульсов $\boldsymbol{k}$. Ограничиваясь вторым порядком теории возмущений, находим

$$W(\boldsymbol{k}) = [32(n+2)u^2-8(n+2)u\Delta+\Delta^2]\int_{p} R(p)\,[|\boldsymbol{p}+\boldsymbol{k}|^{-\sigma}-p^{-\sigma}], \tag{15}$$

$$R(p) = \int_{q} q^{-\sigma}|\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}|^{-\sigma}. \tag{16}$$

Вычисление интегралов в (15), (16) приводит к следующему выражению для $\bar{\eta}$ (см. Прил. 2):

$$\bar{\eta} = \tfrac{1}{4} K_{2\sigma}^2 \psi(\sigma) \left[32(n+2)u^2 - 8(n+2)u\Delta + \Delta^2\right], \tag{17}$$

где

$$\psi(\sigma) = -2\left[\frac{1}{\sigma} F\left(\sigma, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; 1\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sigma}{2}\right)_n \left(1-\frac{\sigma}{2}\right)_n (\sigma)_n^{-1}}{n!\left(n-\frac{\sigma}{2}\right)}\right]. \tag{18}$$

Нетрудно проверить, что $\psi(2) = 1$. При бесконечно больших значениях b, параметры u, Δ стремятся к устойчивой фиксированной точке (Ф. Т.) u^*, Δ^*, поэтому

$$\bar{\eta} = \bar{\eta}(u^*, \Delta^*). \tag{19}$$

После подстановки (11), (13) в (6), получаем четыре Ф. Т.:

1. Гауссовая

$$u_{\mathrm{G}}^* = \Delta_{\mathrm{G}}^* = 0; \tag{20}$$

2. Гейзенберговская

$$u_{\mathrm{H}}^* = \frac{\varepsilon}{4(n+8)K_d}\left\{1 + \frac{\varepsilon}{(n+8)^2}\left[2(5n+22)f(\sigma) - (n+2)\psi(\sigma)\right]\right\} + o(\varepsilon^3),$$

$$\Delta_{\mathrm{H}}^* = 0; \tag{21}$$

3. Нефизическая

$$u_{\mathrm{U}}^* = 0,$$

$$\Delta_{\mathrm{U}}^* = -\frac{\varepsilon}{4K_d}\left\{1 + \frac{\varepsilon}{32}\left[22f(\sigma) - \psi(\sigma)\right]\right\} + o(\varepsilon^3); \tag{22}$$

4. Случайная

$$u_{\mathrm{R}}^* = \frac{\varepsilon}{16(n-1)K_d}\left\{1 + \frac{\varepsilon}{128(n-1)^2}\left[(30n^2 - 256n + 64)f(\sigma) - (5n^2 - 8n)\psi(\sigma)\right]\right\} + o(\varepsilon^3),$$

$$\Delta_{\mathrm{R}}^* = \frac{\varepsilon}{8(n-1)K_d}\left\{(4-n) + \frac{\varepsilon}{128(n-1)^2}\left[(-110n^3 + 392n^2 - 1024n + 256)f(\sigma)\right.\right.$$

$$\left.\left. + (5n^3 - 28n^2 + 32)\psi(\sigma)\right]\right\} + o(\varepsilon^3). \tag{23}$$

Отметим, что гауссовая и нефизическая Ф. Т. не зависят от n.

Четырём Ф. Т. соответствуют следующие показатели $\lambda^u, \lambda^\Delta$ (здесь приняты обозначения [2, 7]):

1. Гауссовые

$$\lambda^u_G = \lambda^\Delta_G = \varepsilon; \tag{24}$$

2. Гейзенберговские

$$\lambda^u_H = -\varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{(n+8)^2}[2(5n+22)f(\sigma)-(n+2)\psi(\sigma)]+o(\varepsilon^2),$$

$$\lambda^\Delta_H = \frac{4-n}{n+8}\varepsilon - \frac{(n+2)\varepsilon^2}{(n+8)^3}[2(7n+20)f(\sigma)-(n-4)\psi(\sigma)]+o(\varepsilon^3); \tag{25}$$

3. Нефизические

$$\lambda^u_U = -\frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon^2}{64}[18f(\sigma)+\psi(\sigma)]+o(\varepsilon^3),$$

$$\lambda^\Delta_U = -\varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{32}[22f(\sigma)-\psi(\sigma)]+o(\varepsilon^3); \tag{26}$$

4. Случайные

$$\lambda^1_R = -\varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{256(5n-8)(n-1)^3}[(780n^4-3916n^3+14496n^2-7680n+4096)f(\sigma)$$
$$+(-50n^4+195n^3-372n^2+128n)\psi(\sigma)],$$

$$\lambda^2_R = \frac{(n-4)\varepsilon}{4(n-1)} + \frac{\varepsilon^2}{256(5n-8)(n-1)^3}[(-5n^4+876n^3-8736n^2+2432n-3072)f(\sigma)$$
$$+\tfrac{1}{2}(-25n^4+160n^3-136n^2+256n)\psi(\sigma)]. \tag{27}$$

Из (25), (27) можно сделать вывод: при $n > 4$ гейзенберговская Ф. Т. устойчива и малая концентрация примесей не меняет критических индексов, а при $1 < n < 4$ случайная Ф. Т. устойчива, следовательно, неупорядоченная система имеет новые индексы.

Для корреляционного индекса ν, линеаризация (5) в окрестности Ф. Т. даёт

$$\nu = \frac{1}{\sigma} + \frac{\bar{\eta}}{\sigma^2} + \frac{K_d}{\sigma^2}[4(n+2)u^*-\Delta^*] - \frac{3}{2\sigma^2}K^2_{2\sigma}f(\sigma)[32(n+2)u^{*2}$$
$$-8(n+2)u^*\Delta^*+\Delta^{*2}] + \frac{K^2_d}{\sigma^3}[4(n+2)u^*-\Delta^*]^2+o(\varepsilon^3). \tag{28}$$

В таблице I приведены значения ν и $\bar{\eta}$ для трёх негауссовых Ф. Т. с точностью до членов второго порядка по ε. Все остальные индексы выражаются через ν, $\bar{\eta}$ с помощью известных соотношений теории подобия. При $\sigma = 2$ ($f(2) = \psi(2) = 1$), приведённые в табл. I и найденные в [2, 3] значения индексов совпадают.

Следует особо подчеркнуть, что наши результаты противоречивы утверждению об отсутствии пропорционального ε^2 члена в выражении η для упорядоченной системы. Такое расхождение, по-видимому, связано с тем, что при вычислении $R(\boldsymbol{p})$ мы выбрали верхний предел интегрирования конечным (равным единице), а в других работах — бесконечно большим.

ТАБЛИЦА I

Значения ν и $\bar{\eta}$, соответствующие трём негауссовым Ф. Т.

Ф.Т.	ν	$\bar{\eta}$
нефизическая	$\frac{1}{\sigma}+\frac{\varepsilon}{4\sigma^2}\left[1+\frac{\varepsilon}{4\sigma}\left(\frac{5\sigma}{4}f(\sigma)+\frac{\sigma}{8}\psi(\sigma)+1\right)\right]$	$\frac{\varepsilon^2}{64}\psi(\sigma)$
гейзенберговская	$\frac{1}{\sigma}+\frac{(n+2)\varepsilon}{(n+8)\sigma^2}\left\{1+\frac{\varepsilon}{(n+8)\sigma}\left[(n+2)+\frac{(7n+20)\sigma}{(n+8)}f(\sigma)-\frac{(n-4)\sigma}{2(n+8)}\psi(\sigma)\right]\right\}$	$\frac{(n+2)\varepsilon^2}{2(n+8)^2}\psi(\sigma)$
случайная	$\frac{1}{\sigma}+\frac{3n}{8(n-1)\sigma^2}\varepsilon+\frac{n\varepsilon^2}{1024(n-1)^3\sigma^3}[144n(n-1)+2\sigma f(\sigma)(25n^2-236n-32)+\sigma(n-4)(5n-8)\psi(\sigma)]$	$\frac{(5n-8)n\varepsilon^2}{256(n-1)^2}\psi(\sigma)$

Рассмотрим случай $n=1$. Здесь имеет место вырождение рекурсивных соотношений (6) и в первом приближении по $\varepsilon^{1/2}$ находим

$$u^*=\frac{\Delta^*}{6}=\frac{\varepsilon^{1/2}}{K_d[6(54f(\sigma)-\psi(\sigma))]^{1/2}}+o(\varepsilon^{3/2}); \tag{29}$$

$$\lambda_{\mathrm{R}}^1=0+o(\varepsilon),$$

$$\lambda_{\mathrm{R}}^2=-2\varepsilon^{1/2}\left[\frac{6}{54f(\sigma)-\psi(\sigma)}\right]^{1/2}+o(\varepsilon). \tag{30}$$

Выяснение устойчивости Ф. Т. (29) требует учёта последующих членов теории возмущений, что приводит к очень трудоёмким расчётам. Тем не менее, мы ожидаем, что (29) будет устойчива, как в случае взаимодействия ближнего порядка [10]. Тогда неупорядоченная система испытывает фазовый переход второго рода со следующими индексами:

$$\bar{\eta}=-\frac{\psi(\sigma)\varepsilon}{2[54f(\sigma)-\psi(\sigma)]}+o(\varepsilon^{3/2}), \tag{31}$$

$$\nu=\frac{1}{\sigma}+\frac{1}{\sigma^2}\left[\frac{6}{54f(\sigma)-\psi(\sigma)}\right]^{1/2}\varepsilon^{1/2}+o(\varepsilon). \tag{32}$$

При $\sigma=2$, выражения (31), (32) совпадают с результатами [3, 10, 11].

Наконец, обсудим границу применимости наших результатов. Как следует из Приложения, все полученные там формулы справедливы при $\sigma > 1$, поэтому найденные в настоящей работе значения критических индексов пригодны для систем с размерностями, лежащими в интервале $2 < d < 4$.

Авторы глубоко признательны профессору Ву Динь Кы за постоянный интерес к работе и ценное обсуждение результатов. Мы также благодарим Лыу Нгок Куанга за помощь при вычислении на ЭВМ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Вычисление $D(0, \sigma)$

Полагая $d = 2\sigma$ в формуле (10), имеем

$$D(0,\sigma) = (2\pi)^{-1} K_{2\sigma} K_{2\sigma-1} \int\limits_{b^{-1}}^{1} dq_1 q_1^{-1} \int\limits_{b^{-1}}^{1} dq_2 q_2^{\sigma-1} \int\limits_{0}^{\pi} \frac{\sin^{2\sigma-2}\theta d\theta}{(q_1^2+2q_1q_2\cos\theta+q_2^2)^{\sigma/2}}. \qquad (\text{П}.1)$$

С помощью формулы (3.665,2) из [8], интегрирование по углам легко выполняется

$$\int\limits_{0}^{\pi} \frac{\sin^{2\sigma-2}\theta d\theta}{(q_1^2+2q_1q_2\cos\theta+q_2^2)^{\sigma/2}} = B(\sigma-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}) \times \begin{cases} q_1^{-\sigma} F\left(\dfrac{\sigma}{2}, 1-\dfrac{\sigma}{2}, \sigma; \left(\dfrac{q_2}{q_1}\right)^2\right), & q_2 < q_1 \\ q_2^{-\sigma} F\left(\dfrac{\sigma}{2}, 1-\dfrac{\sigma}{2}, \sigma; \left(\dfrac{q_1}{q_2}\right)^2\right), & q_2 > q_1. \end{cases} \qquad (\text{П}.2)$$

Здесь B — бета-функция. После подстановки (П.2) в (П.1), находим

$$D(0,\sigma) = (2\pi)^{-1} K_{2\sigma} K_{2\sigma-1} B(\sigma-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})$$
$$\times \int\limits_{b^{-1}}^{1} q_1^{-1} dq_1 \left[\int\limits_{b^{-1}}^{q_1} dq_2 q_2^{\sigma-1} q_1^{-\sigma} F\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2\right) \right.$$
$$\left. + \int\limits_{q_1}^{1} dq_2 q_2^{-1} F\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; \left(\frac{q_1}{q_2}\right)^2\right) \right]. \qquad (\text{П}.3)$$

Интегралы в (П.3) можно взять, представив функцию $F\left(\dfrac{\sigma}{2}, 1-\dfrac{\sigma}{2}, \sigma; x\right)$ в виде ряда Тейлора [8]

$$F\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; x\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\dfrac{\sigma}{2}\right)_n \left(1-\dfrac{\sigma}{2}\right)_n}{n!(\sigma)_n} x^n \qquad (\text{П}.4)$$

причём

$$(a)_n = \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)}. \tag{П.5}$$

Отбросив появившиеся при почленном интегрировании несущественные члены и приняв во внимание легко проверяемое равенство

$$2\pi^{-1}K_{2\sigma-1}K_{2\sigma}^{-1}B(\sigma-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}) = 1, \tag{П.6}$$

получаем

$$D(0, \sigma) = K_{2\sigma}^2 \ln b \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sigma}{2}\right)_n \left(1-\frac{\sigma}{2}\right)_n (\sigma)_n^{-1}}{n!\left(n+\frac{\sigma}{2}\right)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sigma}{2}\right)_n \left(1-\frac{\sigma}{2}\right) (\sigma)_n^{-1}}{n!n} + \ln b \right]. \tag{П.7}$$

Первая сумма в (П.7) может быть выражена через обобщённую гипергеометрическую функцию следующим образом:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sigma}{2}\right)_n \left(1-\frac{\sigma}{2}\right)_n (\sigma)_n^{-1}}{n!\left(n+\frac{\sigma}{2}\right)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\sigma}{2}\right)_n \left(1-\frac{\sigma}{2}\right)_n (\sigma)_n^{-1}}{n!} \int_0^1 x^{n+\frac{\sigma}{2}-1} dx$$

$$= \int_0^1 F\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; x\right) x^{\sigma/2-1} dx$$

$$= \frac{2}{\sigma}\, {}_3F_2\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \frac{\sigma}{2}; \sigma, \frac{\sigma}{2}+1; 1\right) \tag{П.8}$$

(см. формулу 7.512,5) из [8]). И мы приходим к (13), (14) основного текста.

2. *Вывод формулы (17)*

Ограничиваясь наинизшим порядком теории возмущений и производя в (16) подобное приведённому выше интегрирование по углам, находим

$$R(p) = (2\pi)^{-1}K_{2\sigma-1}B(\sigma-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})$$

$$\times \left[\int_0^p dq \frac{q^{\sigma-1}}{p^\sigma} F\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; \left(\frac{q}{p}\right)^2\right) + \int_p^1 dq q^{-1} F\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; \left(\frac{p}{q}\right)^2\right)\right]. \tag{П.9}$$

Оставляя лишь логарифмически расходящийся при малых член, получаем

$$R(p) = -K_{2\sigma} \ln p. \tag{П.10}$$

Отметим, что (П.10) тоже получена с помощью разложения $F\left(\frac{\sigma}{2}, 1-\frac{\sigma}{2}, \sigma; x\right)$ в ряд. После подстановки (П.10) в (15), сразу получим (17).

Следует иметь ввиду, что выполненное нами интегрирование рядов по членам законно только при равномерной сходимости (П.4) в интервале $0 \leqslant x \leqslant 1$. Это

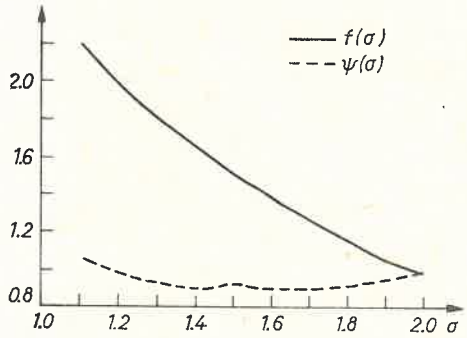

Рис. 1. Поведение $f(\sigma)$ и $\psi(\sigma)$ в интервале $1 < \sigma < 2$

требование налагает дополнительное ограничение на допустимые значения σ, именно σ должна удовлетворить неравенству

$$\sigma > \frac{\sigma}{2} + \left(1 - \frac{\sigma}{2}\right) = 1, \tag{П.11}$$

поскольку ряд функции $F(\alpha, \beta, \gamma; x)$ равномерно сходится во всём единичном круге $|x| \leqslant 1$ только тогда, когда $\mathrm{Re}\,\gamma > \mathrm{Re}\,(\alpha+\beta)$ [8].

Зависимость функции $f(\sigma)$, $\psi(\sigma)$ от σ получена на ЭВМ и изображена на рис. 1.

Editorial note. This article was proofread by the editors only, not by the authors.

ЛИТЕРАТУРА

[1] A. B. Harris, T. C. Lubensky, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1540 (1974).
[2] T. C. Lubensky, *Phys. Rev.* **B11**, 3573 (1975).
[3] G. Grinstein, A. Luther, *Phys. Rev.* **B13**, 1329 (1976).
[4] M. E. Fisher et al., *Phys. Rev. Lett.* **29**, 917 (1972).
[5] Y. Yamazaki, M. Suzuki, *Prog. Theor. Phys.* **57**, 1886 (1977).
[6] S-K. Ma, *Modern Theory of Critical Phenomena*, Benjamin 1976.
[7] A. D. Bruce et al., *J. Phys. C* **7**, 3673 (1974); A. Aharony, *Phys. Rev.* **B8**, 4270 (1973).
[8] И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Москва 1962.
[9] M. N. Barber, *Phys. Rep.* **29C**, 5 (1977).
[10] Б. Н. Шалаев, *ЖЭТФ* **73**, 2301 (1977).
[11] A. Aharony, *Phys. Rev.* **B13**, 2092 (1976).