

## BERECHNUNG DER INDUZIERTEN MAGNETISCHEN ANISOTROPIE MIT HILFE DER BOLTZMANNSTATISTIK

Calculation of the Induced Magnetic Anisotropy by Means of Boltzmann Statistics

VON J. STEINERT

Institutsteil für Magnetische Werkstoffe Jena des Zentralinstituts für Festkörperphysik und Werkstofforschung der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin\*

(Eingegangen am 8. September 1971)

Induzierte magnetische Anisotropien können durch Richtungsordnung atomarer Kristallfehler bezüglich der Lage der Magnetisierung oder innerer Spannungen hervorgerufen werden. Die Störungen nehmen bei Temperaturen, bei denen Platzwechselforgänge möglich sind, energetisch günstige Lagen bevorzugt ein. Die Abweichung von ihrer Gleichverteilung verursacht eine zusätzliche Anisotropieenergie für die Richtung der Magnetisierung.

Das Gitter eines Kristalls kommt nach der Anwendung von Transformationen, die Elemente der Gruppe seiner Klasse sind, mit sich selbst zur Deckung. Seine Störungen nehmen dabei andere, den Ausgangsorientierungen äquivalente, Lagen ein. Ihre Energie wird durch die Anwendung der entsprechenden inversen Deckoperation auf die Richtung der Magnetisierung und den Tensor der inneren Spannungen erhalten. Es wird die induzierte Anisotropie berechnet, die durch Störungen hervorgerufen, wird deren Konzentration entweder fest vorgegeben ist oder dieses im thermischen Gleichgewicht entsprechend ihrer Energie einstellt.

Diese für jede Kristallklasse gültigen Ergebnisse werden zur Bestimmung der induzierten halb-, ein- und zweiachsigen Anisotropie in kubischen Kristallen herangezogen. Die Störungen bestehen aus Komplexen von zufällig benachbarten Fremdatomen in Substitutionslegierungen. Mögliche Änderungen der Konzentration der Komplexe geben keine richtungsabhängigen Beiträge zur induzierten halb- und einachsigen Anisotropie. Eine entsprechende Korrektur ist jedoch bei der Berechnung der induzierten zweiachsigen Anisotropie zu berücksichtigen.

### 1. Einleitung

Der Gebrauchswert magnetischer Werkstoffe kann durch thermische Behandlungen entschieden verbessert werden. Hierfür sind oft induzierte Anisotropien verantwortlich, die durch Orientierungsänderungen atomarer Kristallfehler bezüglich der Richtung der

---

\* Adresse: Institutsteil für magnetische Werkstoffe, 69 Jena, Helmholtzweg 4, DDR.

Magnetisierung oder mechanischer Spannungen hervorgerufen werden. Das Verhalten dieser magnetischen Anisotropien besitzt eine große Bedeutung für die Grundlagenforschung. Es ermöglicht Rückschlüsse auf das anisotrope Verhalten der entsprechenden Defekte zu ziehen und in günstigen Fällen deren Symmetrie zu bestimmen.

Im folgenden soll die induzierte Anisotropie berechnet werden, die in einem Kristall beliebiger Symmetrie durch isolierte Gitterstörungen hervorgerufen wird. Dabei ist die anisotrope Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon(\alpha_i, \sigma_{jk})$  einer solchen Störung mit der Richtung der Magnetisierung, gegeben durch ihre Richtungskosinus  $\alpha_i$ , und den inneren Spannungen, gegeben durch den Tensor  $\sigma_{jk}$ , als bekannt vorauszusetzen. Die Störung kann im Kristall mehrere äquivalente Lagen einnehmen, die durch den Index  $n$  (mit  $n = 1$  bis  $n = N$ ) unterschieden werden und deren Wechselwirkungsenergien  $\varepsilon_n(\alpha_i, \sigma_{jk})$  im allgemeinen verschieden sind. Bei genügend hohen Temperaturen finden thermisch aktivierte Übergänge zwischen diesen unterschiedlichen Orientierungen in Zeiten statt, die experimentell zugänglich sind. Die Wahrscheinlichkeit, mit der sich die Störungen im thermischen Gleichgewicht in der  $n$ -ten Lage aufhalten, wird durch die Boltzmann-Statistik gegeben. Sie ist eine Funktion ihrer Energie  $\varepsilon_n$ . Bei genügend tiefen Temperaturen sind Orientierungsänderungen der Störungen unterbunden. Eine durch vorangegangene Temperaturbehandlungen hervorgerufene ungleichförmige Verteilung der Störungen auf ihre möglichen Lagen verursacht eine zusätzliche Anisotropieenergie für die Richtung der Magnetisierung.

Die folgenden Überlegungen sind Verallgemeinerungen der Néelschen Modellvorstellungen zur induzierten Anisotropie in kubischen Substitutionslegierungen [1]. Néel betrachtet dabei lediglich Störungen, die aus Pärchen von zufällig benachbarten Legierungsatomen bestehen. Ihre Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon(\alpha_i)$  ist nur eine Funktion der Richtung der Magnetisierung und wird durch  $\varepsilon = g(\cos^2 \varphi - \frac{1}{3})$  gegeben. Dabei ist  $\varphi$  der Winkel zwischen der Achse des Paares und der Richtung der Magnetisierung. Mit der Berechnung induzierter Anisotropien in Metallegierungen befassen sich ebenfalls Arbeiten von Taniguchi [2], Iwata [3], Wakiyama [4], Steinert [5].

## 2. Berechnung der induzierten Anisotropie für isolierte Gitterstörungen vorgegebener Konzentration

Den folgenden Überlegungen wird ein beliebiges rechtwinkliges Koordinatensystem zugrunde gelegt, das zur Vereinfachung der Rechnungen den Kristallkoordinaten angepaßt werden kann. Wird der Kristall einer der  $N$  Transformationen  $P_n$  unterworfen, die den Elementen der Punktgruppe seiner Kristallklasse entsprechen, dann bleibt seine Orientierung erhalten, obwohl das Gitter selbst nicht zur Deckung zu gelangen braucht. Die Lage einer Störung im Kristall wird durch eine solche Transformation im allgemeinen geändert. Durch die Anwendung aller  $N$  Deckoperationen auf eine willkürliche Ausgangsorientierung der Störung werden alle zu ihr äquivalenten Lagen erhalten.

Die Wechselwirkungsenergie einer Störung mit inneren Spannungen oder mit der Richtung der Magnetisierung ist nur eine Funktion der gegenseitigen Lagebeziehungen. Die Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon_n(\alpha_i, \sigma_{jk})$  der  $n$ -ten Orientierung der Störung berechnet sich

demnach aus derjenigen der Ausgangsorientierung  $\varepsilon(\alpha_i, \sigma_{jk})$  zu

$$\varepsilon_n(\alpha_i, \sigma_{jk}) = P_n^{-1} \varepsilon(\alpha_i, \sigma_{jk}) = \varepsilon(P_n^{-1} \alpha_i, P_n^{-1} \sigma_{jk}). \quad (1)$$

Dabei ist  $P_n^{-1}$  die zu  $P_n$  inverse Transformation.

Diese Zusammenhänge sollen am Beispiel eines tetragonalen Gitters (Klasse  $D_{4h}$ ) mit der in Abb. 1 dargestellten Elementarzelle veranschaulicht werden. Die  $x, y$  Koordinatenachsen mögen parallel zu den mit  $a$  bezeichneten Kanten in der Basisebene orientiert

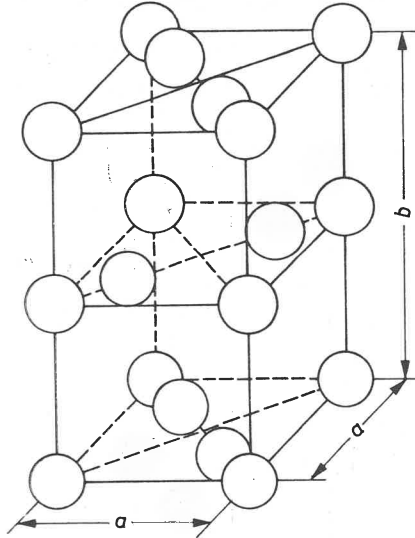


Abb. 1. Ein Kristall mit dieser Elementarzelle besitzt ein tetragonales Gitter der Klasse  $D_{4h}$

sein. Die  $z$ -Achse fällt dann mit der vierzähligen Kristallachse zusammen. Die Störung soll durch zwei benachbarte Substitutionsatome in der Basisebene gegeben sein. In Abb. 2 sind diese durch schwarze Kreise dargestellt. Die Komponenten der Magnetisierung in der  $y$ - $x$ -Ebene werden durch den Vektor  $\vec{m}$  gegeben. Die Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon$  der Störung ist eine Funktion des Winkels  $\varphi$  zwischen der Verbindungsachse der Fremdatome und  $\vec{m}$  (Abb. 2a). Der Beitrag innerer Spannungen wird vernachlässigt. Nach einer Drehung der Basisebene in Richtung des Uhrzeigers um  $\pi/2$ , das ist eine Deckoperation der Punktgruppe der entsprechenden Kristallklasse, wird eine der Ausgangslage des Kristalls äquivalente Orientierung erhalten. Um das Gitter zur Deckung zu bringen, ist noch eine Verschiebung um  $b/2$  in der  $z$ -Richtung notwendig. Die Wechselwirkungsenergie der geänderten Lage der Störung mit der Magnetisierung ist durch  $\varepsilon(\varphi - \pi/2)$  gegeben (Abb. 2b). Die gleiche Form der Wechselwirkungsenergie wird erhalten, wenn bei festgehaltener Lage der Störung die Richtung der Magnetisierung entgegen der Richtung des Uhrzeigers um  $\pi/2$  gedreht wird, d. h., wenn auf  $\vec{m}$  die entsprechende inverse Transformation angewandt wird.

Der Grundzustand des Kristalls, d. h. der Zustand ohne induzierte Anisotropien, ist durch die Gleichverteilung der Störungen auf ihre möglichen Orientierungen gegeben.

Im thermischen Gleichgewicht hält sich eine Störung mit der Wahrscheinlichkeit

$$\omega_n = \frac{e^{-\frac{\varepsilon_n}{kT}}}{\sum_m e^{-\frac{\varepsilon_m}{kT}}} \quad (2)$$

auf ihrer  $n$ -ten Lage auf. Für die anschließende Berechnung der induzierten Anisotropie sind die Abweichungen dieser Wahrscheinlichkeiten von der Gleichverteilung  $\omega_n = \frac{1}{N}$  von Bedeutung. Bei Temperaturen, bei denen die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\omega_n$  eingefroren ist, verursacht die ungleiche Verteilung einer einzelnen Störung auf ihre mögli-

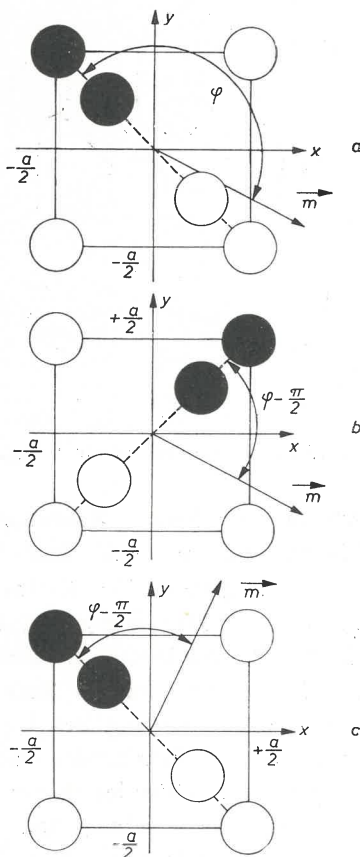


Abb. 2. a) Für Kristallstörungen, die aus zwei benachbarten Substitutionsatomen in der Basisebene eines Gitters nach Abb. 1 bestehen, ist die anisotrope Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon(\varphi)$  eine Funktion des Winkels  $\varphi$  zwischen der Pärchenachse und dem Vektor  $\vec{m}$  der Projektion der Richtung der Magnetisierung in die Basisebene. b) Nach einer Drehung des Kristalls um  $\pi/2$  in Richtung des Uhrzeigers beträgt die Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon(\varphi - \pi/2)$ . c) Die gleiche Form der Wechselwirkungsenergie wird erhalten, wenn bei festgehaltener Lage der Störung die Richtung der Magnetisierung um  $\pi/2$  entgegen der Richtung des Uhrzeigers gedreht wird.

chen Lagen eine zusätzliche Anisotropieenergie  $e$  für die geänderte Richtung der Magnetisierung, gegeben durch die Richtungskosinus  $\beta_l$ . Es gilt:

$$e(\alpha_i, \sigma_{jk}; \beta_e, \tau_{mn}) = \sum_{r=1}^N \left[ \frac{1}{N} - \omega_r(\alpha_i, \sigma_{jk}) \right] \varepsilon_r(\beta_e, \tau_{mn}). \quad (3)$$

Der Tensor  $\tau_{mn}$  beschreibt die inneren Spannungen bei der geänderten Lage der Magnetisierung.

In der Mehrzahl der in Betracht kommenden Fälle wird die Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon$  klein gegenüber der thermischen Energie  $kT$  sein. Für die induzierte Anisotropie folgt dann in erster Näherung in  $\varepsilon/kT$ :

$$\bar{e}(\alpha_i, \sigma_{jk}; \beta_e, \tau_{mn}) = - \frac{1}{kT} [\overline{\varepsilon(\alpha_i, \sigma_{jk})\varepsilon(\beta_e, \tau_{mn})} - \overline{\varepsilon(\alpha_i, \sigma_{jk})}\overline{\varepsilon(\beta_e, \tau_{mn})}]. \quad (4)$$

Der Querstrich — symbolisiert eine durch

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P_n f \quad (5)$$

definierte Mittelung. Die Dichte  $E$  der gesamten induzierten Anisotropie solcher Störungen setzt sich nach Voraussetzung additiv aus ihren einzelnen Beiträgen zusammen. Es gilt:

$$E(\alpha_i, \sigma_{jk}; \beta_e, \tau_{mn}) = - \sum_p \frac{c^p}{kT} [\overline{\varepsilon^p(\alpha_i, \sigma_{jk})\varepsilon^p(\beta_e, \tau_{mn})} - \overline{\varepsilon^p(\alpha_i, \sigma_{jk})}\overline{\varepsilon^p(\beta_e, \tau_{mn})}]. \quad (6)$$

Der Index  $p$  bezeichnet die Art der Störungen und  $c^p$  ihre Konzentration (Zahl der Störungen in der Volumeneinheit).

Für Gruppen, die indirekte Transformationen enthalten, d. h. Deckoperationen, deren Determinante den Wert  $-1$  besitzt, lassen sich die Rechnungen vereinfachen. In solchen Gruppen bilden die Identität  $\hat{E}$  und die Inversion  $I$  einen Normalteiler. Seine Faktorgruppe ist die Untergruppe der direkten Deckoperationen, deren Elemente mit  $D_n$  bezeichnet werden. Die Gruppe besteht aus den Elementen  $D_n$  mit  $n = 1$  bis  $n = N/2$  und den Elementen  $D_n I$ . Auf Grund der besonderen Transformationseigenschaften des Pseudovektors der Magnetisierung folgt:

$$D_n I \alpha_i = D_n \alpha_i.$$

Weiter gilt auch  $D_n I \sigma_{jk} = D_n \sigma_{jk}$ , so daß sich für die Operationen  $D_n$  und  $D_n I$  die gleiche Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon_n$  ergibt. Bei der Berechnung der induzierten Anisotropie brauchen deshalb nur die Operationen  $D_n$  der Untergruppe der direkten Deckoperationen berücksichtigt zu werden.

Gl. (3) und (6) beschreiben nicht nur die induzierte Anisotropieenergie  $E$  in Abhängigkeit von der Richtung der Magnetisierung während einer vorangegangenen Feld-

temperatur, sondern berücksichtigen auch den Einfluß der magneto-mechanischen Wechselwirkung der Störung mit ihrer Umgebung.

Bei der Ableitung von Gl. (6) wurde vorausgesetzt, daß die zusätzliche magnetische Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon$  die Konzentration der entsprechenden Störungen nicht beeinflusst. Für Störungen, deren Konzentration im thermischen Gleichgewicht eine Funktion ihrer Energie ist, wie Eigenfehlstellen in Kristallen oder Anhäufungen von zufällig benachbarten Substitutionsatomen in Metallegierungen, wird die induzierte Anisotropieenergie durch Gl. (6) nur unvollständig beschrieben.

### 3. Berechnung der induzierten Anisotropie für Störungen mit veränderlicher Konzentration

Stellvertretend für Störungen, deren Konzentration nicht fest vorgegeben ist, soll die induzierte Anisotropie in verdünnten Substitutionslegierungen berechnet werden. Dabei wird nur der Beitrag berücksichtigt, der von Komplexen aus zufällig benachbarten Substitutionsatomen, wie isolierten Fremdatomen, Pärchen in verschiedenen Nachbarschaftsbeziehungen, Gruppen aus drei oder mehr Legierungsatomen usw. hervorgerufen wird. Diese werden durch den Index  $p$  unterschieden. Die Bindungsenergie der Legierungsatome an Komplexe des Typs  $p$  soll für alle beteiligten Atome gleich sein. Die gesamte Bindungsenergie des Komplexes wird mit  $\varepsilon_p$  bezeichnet. Zusätzlich hierzu besitzt der Komplex eine anisotrope Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon_n^p(\alpha_i, \sigma_{jk})$  mit der Richtung der Magnetisierung, oder mit inneren Spannungen, die eine Funktion seiner Orientierung, gegeben durch den Index  $n$ , ist. Sie wird als klein gegenüber der thermischen Energie  $kT$  vorausgesetzt ( $\varepsilon_n^p \ll kT$ ), so daß die Berechnung der induzierten Anisotropieenergie auf die erste Näherung in  $\varepsilon_n^p/kT$  beschränkt werden kann.

Die Wahrscheinlichkeit  $\omega_n^p$ , mit der im thermischen Gleichgewicht Komplexe des Typs  $p$  mit der Orientierung  $n$  auftreten, wird durch

$$\omega_n^p = \frac{a_p e^{-\frac{\varepsilon_p + \varepsilon_n^p}{kT}}}{\sum_r a_r \sum_{m=1}^N e^{-\frac{\varepsilon_r + \varepsilon_m^r}{kT}}} \quad (7)$$

beschrieben. Dabei ist  $a_p$  die Anzahl der Möglichkeiten, aus den vorgegebenen Legierungsatomen Komplexe des Typs  $p$  aufzubauen. Bei fest vorgegebenem Volumen ist  $a_p$  nur eine Funktion der Konzentration der Legierung.

Aus Gl. (7) folgt unter der Voraussetzung, daß  $\varepsilon_n^p \ll kT$  gilt:

$$\begin{aligned} \omega_n^p &= \frac{1}{N} \frac{a_p e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} (kT - \varepsilon_n^p)}{\sum_r a_r e^{-\frac{\varepsilon_r}{kT}} (kT - \varepsilon^r)} = \\ &= \frac{w_p}{N} \left( 1 - \frac{\varepsilon_n^p}{kT} + \frac{1}{kT} \sum_r w_r \varepsilon^r \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$\overline{\varepsilon^r}$  bedeutet die durch Gl. (5) definierte Mittelwertbildung von  $\varepsilon_n^r(\alpha_i, \sigma_{jk})$  und  $w_p$  ist die Wahrscheinlichkeit, mit der bei verschwindender anisotroper Wechselwirkungsenergie Komplexe des Typs  $p$  gefunden werden. Sie beträgt:

$$w_p = \frac{a_p e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}}{\sum_r a_r e^{-\frac{\varepsilon_r}{kT}}}$$

Die Anzahl  $c^p$  der Störungen des Typs  $p$  in der Volumeneinheit ist durch  $c^p = C w^p$  gegeben, mit  $C$  der Konzentration der Legierungsatome. Hieraus und aus Gl. (8) folgt für die Dichte der induzierten Anisotropieenergie  $E$

$$E = -\frac{1}{kT} \left[ \sum_p \overline{c^p \varepsilon^p(\alpha_i, \sigma_{jk}) \varepsilon^p(\beta_e, \tau_{mn})} - \frac{1}{C} \sum_r \overline{c^r \varepsilon^r(\alpha_i, \sigma_{jk})} \sum_s \overline{c^s \varepsilon^s(\beta_e, \tau_{mn})} \right] \quad (9)$$

Gl. (9) beschreibt die induzierte Anisotropie, die von Störungen hervorgerufen wird, deren Konzentration durch  $\varepsilon_n^p$  beeinflusst wird. Sie unterscheidet sich in Termen der Form  $\overline{\varepsilon^r(\alpha_i, \sigma_{jk}) \cdot \varepsilon^s(\beta_e, \tau_{mn})}$  von Gl. (6), welche die induzierte Anisotropie bei fester Konzentration der Störungen beschreibt.

#### 4. Induzierte Anisotropie in kubischen Kristallen

In den folgenden Überlegungen soll der Einfluß magneto-mechanischer Wechselwirkungen auf die induzierte Anisotropie vernachlässigt werden. Kubische Gitter gehören der Klasse  $O_h$  an. Nach den Betrachtungen des § 2 kann die Berechnung der induzierten Anisotropie auf die 24 Elemente der Gruppe  $O$  der direkten Deckoperationen beschränkt werden. In einem Koordinatensystem, das mit den Kristallkoordinaten zusammenfällt, verursachen die Transformationen der Gruppe  $O_h$  lediglich Vertauschungen und Vorzeichenänderungen der Komponenten des Einheitsvektors  $\alpha_i$  der Richtung der Magnetisierung. Die Rechnungen sollen für einfache, experimentell nachgewiesene Formen der induzierten Anisotropie, wie der induzierten halb-, ein- und zweiachsigen Anisotropie, durchgeführt werden.

##### a) Induzierte halbachsige Anisotropie $E_{1/2}$

Diese Anisotropie wird durch Wechselwirkungsenergien  $\varepsilon_n^p$  hervorgerufen, die lineare Funktionen in den Richtungskosinus der Magnetisierung sind, für die also gilt:

$$\varepsilon_n^p(\alpha_i) = P_n^{-1} (a_1^p \alpha_1 + a_2^p \alpha_2 + a_3^p \alpha_3). \quad (10)$$

Eine solche Form der Wechselwirkungsenergie wird bei der Austauschkopplung der Magnetisierung ferromagnetischer Phasen mit antiferromagnetischen Ausscheidungen gefunden [6]. Der Pseudovektor  $a_i^p$  hängt von der Größe der Ausscheidung, der Lage der Untergittermagnetisierung an der Grenzfläche und deren Orientierung ab. Diese ausge-

dehnten Komplexe besitzen eine Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon_n^p$ , die nicht klein gegenüber  $kT$  zu sein braucht, so daß die induzierte Anisotropie durch Gl. (3) und nicht durch Gl. (6) beschrieben werden muß. Wird jedoch  $\varepsilon_n^p \ll kT$  vorausgesetzt, so folgt aus Gl. (6) für  $E_{1/2}$ :

$$E_{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3kT} \sum_p c^p (a_1^{p^2} + a_2^{p^2} + a_3^{p^2}) \sum_{i=1}^3 \alpha_i \beta_i. \quad (11)$$

Ihre Größe ist unabhängig von der Richtung der Magnetisierung während der Feldtemperatur, die mit der Vorzugsrichtung der induzierten Anisotropie zusammenfällt.

Der Mittelwert  $\bar{\varepsilon}^p$  verschwindet in kubischen Kristallen, so daß Gl. (6) und Gl. (9) zusammenfallen. Mögliche Konzentrationsänderungen der Störungen auf Grund der magnetischen Wechselwirkungsenergie haben keinen Einfluß auf die induzierte halbachsige Anisotropie.

#### b) Induzierte einachsige Anisotropie $E_u$

Diese Anisotropie wird durch quadratische Formen der Wechselwirkungsenergie

$$\varepsilon_n^p(\alpha_i) = P_n^{-1} \sum_{i,k=1}^3 \varepsilon_{ik}^p \alpha_i \alpha_k \quad (12)$$

in den Richtungskosinus der Magnetisierung hervorgerufen. Sie besitzt die Form:

$$E_u = -F \sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 \beta_i^2 - G \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i < j}}^3 \alpha_i \alpha_j \beta_i \beta_j - H \quad (13)$$

mit

$$F = \frac{1}{3kT} \sum_p c^p (\varepsilon_{11}^{p^2} + \varepsilon_{22}^{p^2} + \varepsilon_{33}^{p^2} - \varepsilon_{11}^p \varepsilon_{22}^p - \varepsilon_{22}^p \varepsilon_{33}^p - \varepsilon_{33}^p \varepsilon_{11}^p) \quad (14a)$$

$$G = \frac{1}{3kT} \sum_p c^p [(\varepsilon_{12}^p + \varepsilon_{21}^p)^2 + (\varepsilon_{23}^p + \varepsilon_{32}^p)^2 + (\varepsilon_{31}^p + \varepsilon_{13}^p)^2] \quad (14b)$$

$$H = -\frac{F}{3}$$

nach Gl. (6) bzw.

$$H = \frac{1}{3kT} \sum_p c^p (\varepsilon_{11}^p \varepsilon_{22}^p + \varepsilon_{22}^p \varepsilon_{33}^p + \varepsilon_{33}^p \varepsilon_{11}^p) - \frac{1}{9CkT} \left[ \sum_p c^p (\varepsilon_{11}^p + \varepsilon_{22}^p + \varepsilon_{33}^p) \right]^2 \quad (14c)$$

nach Gl. (9). Die magnetische Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon_n^p$  beeinflußt die Konzentration der Legierungsatomkomplexe. Diese sind unterschiedlich bei Temperaturen  $T > T_c$ , bei denen  $\varepsilon_n^p$  verschwindet, und bei Temperaturen unter dem Curiepunkt. Diese Konzentra-



tionsänderungen sind unabhängig von der Richtung der Magnetisierung. Sie beeinflussen  $F$  und  $G$  nicht und können deshalb bei Untersuchungen der induzierten Anisotropie mit Hilfe von Drehmomentenmethoden nicht nachgewiesen werden.

In der Literatur [1], [2], [3], [4] wird vorausgesetzt, daß die induzierte Anisotropie in Metallegierungen durch Pärchen benachbarter Substitutionsatome hervorgerufen wird, deren Wechselwirkungsenergie die Form  $g \cos^2 \varphi$  besitzt. Dabei ist  $\varphi$  der Winkel zwischen der Pärchenachse und der Richtung der Magnetisierung. Das Verhältnis  $F/G$  wird durch die Lage der Pärchenachse bestimmt. Nach [1] ist es 0 bzw. 1/4 bzw.  $\infty$  für Pärchen mit Achsen in [111]-bzw. [110]- bzw. [100]- Richtungen. Für Pärchenachsen in beliebigen  $[\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]$ - Richtungen kann das Verhältnis  $F/G$  durch Gl. (12) und Gl. (14) berechnet werden. Nach Gl. (12) wird der Tensor  $\varepsilon_{ik}$  durch  $\varepsilon_{ik} = g\gamma_i\gamma_k$  gegeben. Hieraus folgt:

$$\frac{F}{G} = \frac{\gamma_1^4 + \gamma_2^4 + \gamma_3^4 - \gamma_1^2\gamma_2^2 - \gamma_2^2\gamma_3^2 - \gamma_3^2\gamma_1^2}{4(\gamma_1^2\gamma_2^2 + \gamma_2^2\gamma_3^2 + \gamma_3^2\gamma_1^2)}. \quad (15)$$

### c) Induzierte zweiachsige Anisotropie $E_2$

Diese Anisotropie soll durch eine biquadratische Form in  $\alpha_i$  und  $\beta_j$  definiert sein. Sie wird durch atomare Wechselwirkungsenergien der Form

$$\varepsilon_n^p(\alpha_i) = P_n^{-1} \sum_{i,j,k,l=1}^3 \varepsilon_{ijkl}^p \alpha_i \alpha_j \alpha_k \alpha_l \quad (16)$$

bedingt.

Die 81 Terme des Ausdrucks (16) lassen sich zu 9 wesentlichen Termen zusammenfassen.

$$\varepsilon_n^p(\alpha_i) = P_n^{-1} \left( \sum_{\substack{i=1 \\ k=1 \\ i>k}}^3 \lambda_{ik}^p \alpha_i^2 \alpha_k^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ k=1 \\ i \neq k}}^3 \mu_{ik}^p \alpha_i^3 \alpha_k \right). \quad (17)$$

Dabei wurde ein in  $\alpha_i$  quadratischer Beitrag der Form  $\sum_{i=1}^3 \varepsilon_{iiii}^p \alpha_i^2$  vernachlässigt. Dieser verursacht eine induzierte einachsige Anisotropie nach § 4b und, in Verbindung mit Wechselwirkungsenergien nach Gl. (17), Beiträge zur induzierten Anisotropie die nur in  $\alpha_i$  oder in  $\beta_i$  durch biquadratische Formen beschrieben werden.

Die Wechselwirkungsenergie nach Gl. (17) bedingt eine induzierte zweiachsige Anisotropie der Form:

$$E_2 = -K \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i>j}}^3 \alpha_i^2 \alpha_j^2 \beta_i^2 \beta_j^2 - L \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^3 \alpha_i^3 \alpha_j \beta_i^3 \beta_j - \\ - M \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^3 \alpha_i^3 \alpha_j \beta_i \beta_j^3 - N \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i>j}}^3 \alpha_i^2 \alpha_j^2 \sum_{\substack{k=1 \\ e=1 \\ k>e}}^3 \beta_k^2 \beta_e^2 \quad (18)$$

mit

$$K = \frac{1}{3kT} \sum_p c^p (\lambda_{21}^{p2} + \lambda_{32}^{p2} + \lambda_{31}^{p2} - \lambda_{21}^p \lambda_{32}^p - \lambda_{32}^p \lambda_{31}^p - \lambda_{31}^p \lambda_{21}^p) \quad (19a)$$

$$L = \frac{1}{6kT} \sum_p \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^3 c^p \mu_{ij}^{p2} \quad (19b)$$

$$M = \frac{1}{3kT} \sum_p \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i > j}}^3 c^p \mu_{ij}^p \mu_{ji}^p \quad (19c)$$

$N = -K/3$  für Störungen mit vorgegebener Konzentration oder

$$N = \frac{1}{3kT} \sum_p c^p (\lambda_{21}^p \lambda_{32}^p + \lambda_{32}^p \lambda_{31}^p + \lambda_{31}^p \lambda_{21}^p) - \frac{1}{9CkT} \left[ \sum_p c^p (\lambda_{21}^p + \lambda_{32}^p + \lambda_{31}^p) \right]^2 \quad (19d)$$

für Störungen, die aus Komplexen von Substitutionsatomen in Metallegierungen bestehen. Durch Untersuchungen der induzierten zweiachsigen Anisotropie mit Hilfe von Drehmomentenmethoden kann demnach festgestellt werden, ob die Konzentration der verantwortlichen Störungen fest vorgegeben ist oder ob sie durch die atomare Wechselwirkungsenergie  $\varepsilon_n^p$  beeinflusst wird.

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für Magnetische Werkstoffe Jena durchgeführt. Der Deutschen Akademie der Wissenschaften sei für die Bereitstellung der Forschungsmittel gedankt. Den Herren Dr H. Gengnagel, Prof. Dr F. Voigt und Dr G. Dietzmann bin ich für wertvolle Diskussionen und kritische Hinweise zu Dank verpflichtet.

#### LITERATUR

- [1] L. Néel, *J. Phys. Radium*, **15**, 225 (1954).
- [2] S. Taniguchi, *Sci. Rep. Inst. Tohoku Univ.*, **A7**, 269 (1955).
- [3] T. Iwata, *Sci. Rep. Inst. Tohoku Univ.*, **A10**, 34 (1958); **A13**, 337 (1961).
- [4] T. Wakiyama, *Technical Report of ISSP*, Ser. A, No **147** (1965).
- [5] J. Steinert, *Phys. Status Solidi*, **44**, 327 (1971).
- [6] W. H. Meikeljohn, C. P. Bean, *Phys. Rev.*, **102**, 1413 (1956); **105**, 904 (1957).

## LETTERS TO THE EDITOR

## A FERROMAGNETIC RESONANCE IN THE UNIAXIAL FERROMAGNETIC MONOCRYSTALS WITH A SIMPLE DOMAIN STRUCTURE OF THE LANDAU-LIFSHITZ TYPE

BY W. WASILEWSKI

Physics Group, Kielce-Radom Engineering College\*

(Received November 15, 1971)

In this paper we make an attempt to explain the influence of the domain structure in uniaxial ferromagnets on giromagnetic resonance. Expressions for resonance frequency as a function of  $\varphi$  ( $\varphi$  is the angle between the magnetization density vector and anisotropy axis) are presented.

The results of the numerical calculations are illustrated in Fig. 1 for the particular case  $H_a = (0, H_2, 0)$ .

Let us assume that the magnetic energy  $F$  of a ferromagnetic crystal is given [1, 2] in the form:

$$F = - \int_V \beta d^3\bar{x} f\{m_\alpha(\bar{x}), m_{\alpha,\mu}(\bar{x})\} + F_0 \quad (1)$$

where  $f\{\dots\}$  is the energy density,  $m_{\alpha,\mu}(\bar{x}) = \frac{\partial m_\alpha(\bar{x})}{\partial x_\mu}$ ,  $V$  — the volume of a crystal,  $m_\alpha(\bar{x})$  — the magnetization density vector,  $F_0$  — the magnetic energy of a crystal connected with the isotropic interaction. The energy density for an uniaxial ferromagnetic can be expressed as follows:

$$f\{m_\alpha(\bar{x}), m_{\alpha,\mu}(\bar{x})\} = H_a m_\alpha(\bar{x}) + K m_3^2(\bar{x}) + A m_{\alpha,\mu}(\bar{x}) m_{\alpha,\mu}(\bar{x}) \quad (2)$$

where  $H_a$  is the intensity vector of an external homogeneous magnetic field,  $K$  — the anisotropy constant and  $A$  — the macroscopic constant of an exchange. We use the summation convention over repeated lower indices.

The ground state is determined by

$$\delta F = 0 \quad (3)$$

\* Address: Zespół Fizyki Kielecko-Radomskiej Wyższej Szkoły Inżynierskiej, Kielce, Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego, Poland.

with the boundary condition

$$m_\alpha(\bar{x})m_\alpha(\bar{x}) = m^2 = \text{const} \quad (4)$$

From Eqs (1)–(4) we obtain

$$\frac{\partial f}{\partial m_\alpha(\bar{x})} - \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial f}{\partial m_{\alpha,\mu}(\bar{x})} = \lambda(\bar{x})m_\alpha(\bar{x}) \quad (5)$$

The system of equations (5) with the condition (4) has been solved already [3, 4] under the following assumption

$$\begin{cases} m_\alpha(\bar{x}) = m\gamma_\alpha(\bar{x}); \gamma_\alpha(\bar{x}) = \gamma_\alpha(x_1) = \gamma_\alpha(x_1 + n2\Delta); n = 0, \pm 1, \dots \\ \gamma_\alpha(x_1) = (0, \sin \varphi(x_1), \cos \varphi(x_1)). \end{cases} \quad (6)$$

The parameter  $\Delta$  defines the width of the domain, and  $\varphi = \varphi(x_1)$  is the angle between the vector  $m_\alpha(x_1)$  and the axis of easy magnetization  $x_3$ . Define the vectors  $\mathcal{M}_\alpha(x_1, t)$ ,  $\mathcal{H}_\alpha(x_1, t)$  as follows:

$$\begin{cases} \mathcal{M}_\alpha(x_1, t) = m_\alpha(x_1) + \delta m_\alpha(x_1, t); \delta m_\alpha(x_1, t) = \delta m_\alpha(x_1) e^{i\omega t} \\ \mathcal{H}_\alpha(x_1, t) = \lambda(x_1)m_\alpha(x_1) + h_\alpha e^{i\omega t} \end{cases} \quad (7)$$

where  $h_\alpha = (h_1, h_2, 0)$ , is the intensity vector of the alternative magnetic field lying in a plane  $(x_1, x_2)$  perpendicular to the axis of easy magnetization.

The equation of motion of the vector  $\mathcal{M}_\alpha(x_1, t)$ , according to [5] has the form

$$\frac{\partial \mathcal{M}_\alpha(x_1, t)}{\partial t} = \gamma \varepsilon_{\alpha\beta\sigma} \mathcal{M}_\beta(x_1, t) \mathcal{H}_\sigma(x_1, t) - \frac{\alpha}{m} \varepsilon_{\alpha\beta\sigma} \mathcal{M}_\beta(x_1, t) \frac{\partial \mathcal{M}_\sigma(x_1, t)}{\partial t} \quad (8)$$

where  $\gamma = \frac{g\mu_B}{2\hbar}$ ;  $g$  — Lande-factor.

Solutions of the equation system (8) are of the form

$$\begin{cases} \delta m_1(\varphi) = \chi_{11}(\varphi)h_1 + \chi_{12}(\varphi)h_2 \\ \delta m_2(\varphi) = \chi_{11}(\varphi) \cos^2 \varphi h_1 - \chi_{12}(\varphi)h_2 \\ \delta m_3(\varphi) = \chi_{12}(\varphi) \operatorname{tg} \varphi h_1 - \chi_{11}(\varphi) \sin \varphi \cos \varphi h_2 \end{cases} \quad (9)$$

where

$$\begin{cases} \chi_{11}(\varphi) = \frac{\omega_0(\varphi) + i\alpha\omega}{[\omega_0(\varphi) + i\alpha\omega]^2 - \omega^2} \cdot \gamma \cdot m \\ \chi_{12}(\varphi) = \frac{-i\omega \cos \varphi}{[\omega_0(\varphi) + i\alpha\omega]^2 - \omega^2} \cdot \gamma \cdot m \end{cases} \quad (10)$$

The frequency  $\omega_0 = \omega_0(\varphi)$  is defined by the relation

$$\omega_0(\varphi) = \gamma \cdot m |\lambda(\varphi)| \quad (11)$$

Relations  $\varphi = \varphi(x_1)$  and  $\lambda = \lambda(x_1) = \lambda[\varphi(x_1)]$  are determined by the equations (5) and the conditions (4) and (6).

Eq. (5) was solved for the particular case  $H_x = (0, H_2, 0)$  when the field is perpendicular to the anisotropy axis  $x_3$  and is lying in the Bloch wall plane.

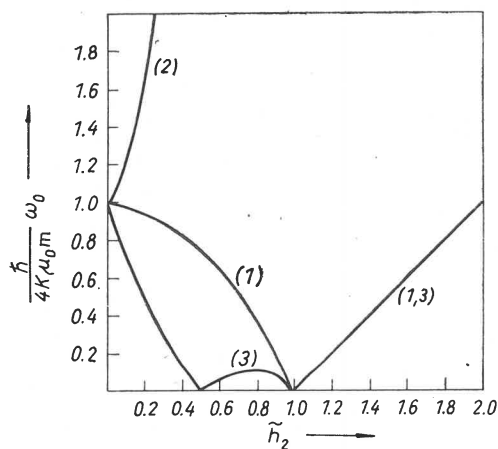


Fig. 1

Fig. 1 shows the dependence of the frequency  $\omega_0$  on the "reduced" intensity of the external magnetic field  $\tilde{h}_2 = \frac{H_2}{2Km}$  in a domain (curve 1), in a wall polarized parallel to the direction of action of the external magnetic field  $H_2$  (curve 2) and in a wall polarized anti-parallel to the field (curve 3).

#### REFERENCES

- [1] E. A. Turov, *Physical Properties of the Magnetic Crystals* (in Russian), Moscow 1963.
- [2] A. J. Akhiezer, V. G. Bariakhtar, S. V. Peletminskij, *Spin Waves* (in Russian), Moscow 1967.
- [3] M. J. Shirobokov, *Dokl. Akad. Nauk (USSR)*, **24**, 426 (1939); *Zh. Eksper. Teor. Fiz. (USSR)*, **11**, 554 (1941); *Zh. Eksper. Teor. Fiz. (USSR)*, **15**, 57 (1945).
- [4] W. Ziętek, *Acta Phys. Polon.*, **22**, 127 (1962); **23**, 363 (1962).
- [5] T. L. Gilbert, *Phys. Rev.*, **100**, 1243 (1955).